



# Katzenfisch-Zucht

Bu Dengklek besitzt eine Katzenfisch-Zucht. In der Aufzucht gibt es einen Teich in Form eines  $N \times N$  Gitters. Jede Zelle des Gitters ist quadratisch und gleich gross. Die Spalten des Gitters sind von Westen nach Osten von 0 bis  $N - 1$  nummeriert, die Zeilen von Süden nach Norden von 0 bis  $N - 1$ . Die Zelle in der Spalte  $c$  und der Reihe  $r$  des Rasters ( $0 \leq c \leq N - 1$ ,  $0 \leq r \leq N - 1$ ) bezeichnen wir als Zelle  $(c, r)$ .

Es gibt  $M$  Katzenfische in dem Teich. Diese sind von 0 bis  $M - 1$  nummeriert und befinden sich in **verschiedenen** Zellen. Für alle  $i$  mit  $0 \leq i \leq M - 1$  befindet sich Katzenfisch  $i$  in Zelle  $(X[i], Y[i])$  und wiegt  $W[i]$  Gramm.

Bu Dengklek möchte einige Stege bauen, um die Katzenfische zu fangen. Ein Steg in Spalte  $c$  der Länge  $k$  (für  $0 \leq c \leq N - 1$  und  $1 \leq k \leq N$ ) ist ein Rechteck, welches sich von Zeile 0 bis Zeile  $k - 1$  erstreckt und die Zellen  $(c, 0), (c, 1), \dots, (c, k - 1)$  bedeckt. Bu Dengklek kann in jeder Spalte entweder einen Steg einer beliebigen Länge bauen oder keinen Steg bauen.

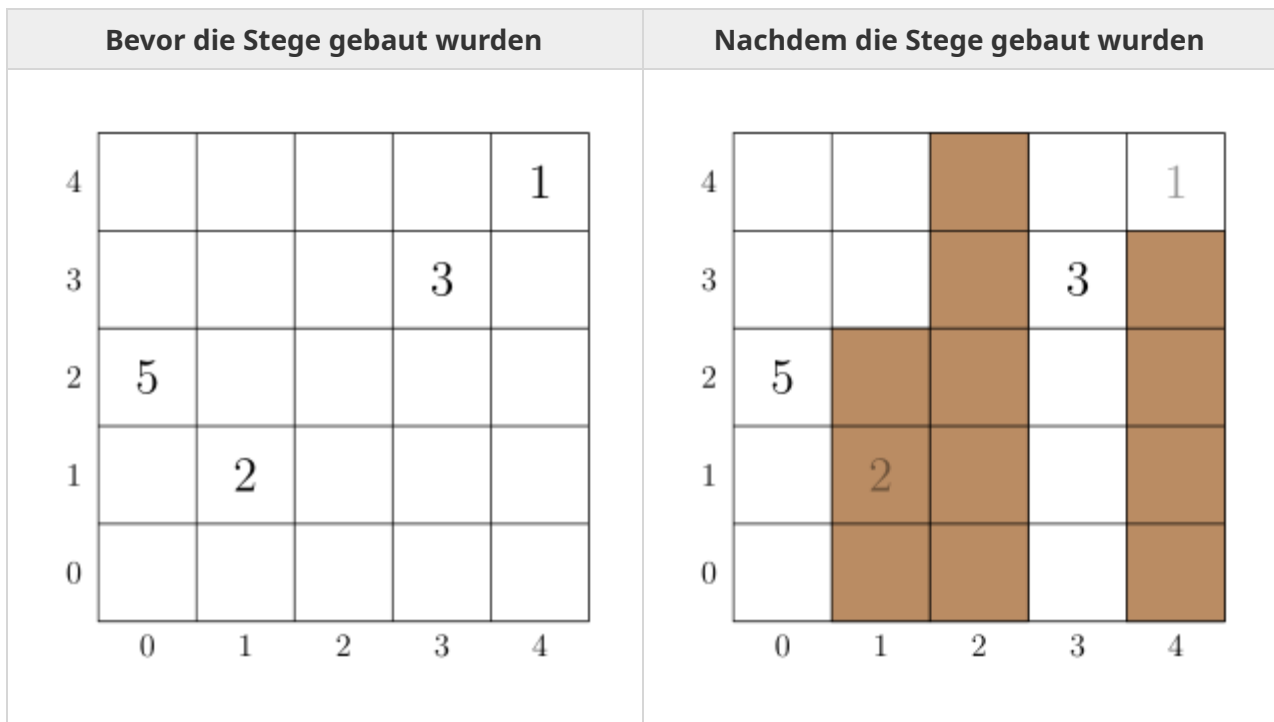
Ein Katzenfisch kann gefangen werden, wenn sich ein Steg direkt westlich oder östlich von ihm befindet und kein Steg ihn bedeckt. Das heisst, Katzenfisch  $i$  (für  $i$  mit  $0 \leq i \leq M - 1$ ) kann gefangen werden, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

- **Mindestens eine** der Zellen  $(X[i] - 1, Y[i])$  oder  $(X[i] + 1, Y[i])$  ist von einem Steg bedeckt.
- Es gibt keinen Steg, welcher die Zelle  $(X[i], Y[i])$  bedeckt.

Zum Beispiel betrachten wir einen Teich der Grösse  $N = 5$  mit  $M = 4$  Katzenfischen:

- Katzenfisch 0 befindet sich in Zelle  $(0, 2)$  und wiegt 5 Gramm.
- Katzenfisch 1 befindet sich in Zelle  $(1, 1)$  und wiegt 2 Gramm.
- Katzenfisch 2 befindet sich in Zelle  $(4, 4)$  und wiegt 1 Gramm.
- Katzenfisch 3 befindet sich in Zelle  $(3, 3)$  und wiegt 3 Gramm.

Bu Dengklek hat beispielsweise die Möglichkeit, die Stege in folgender Form zu bauen:



Die Zahl in der Zelle gibt das Gewicht des Katzenfisches in dieser Zelle an. Die schattierten Zellen sind von Stegen bedeckt. In diesem Beispiel können Katzenfisch 0 (in Zelle (0,2)) und Katzenfisch 3 (in Zelle (3,3)) gefangen werden. Katzenfisch 1 (in Zelle (1,1)) kann nicht gefangen werden, da seine Zelle von einem Steg bedeckt wird. Des Weiteren kann Katzenfisch 2 (in Zelle (4,4)) nicht gefangen werden, da sich kein Steg direkt westlich oder östlich der Zelle dieses Katzenfisches befindet.

Bu Dengklek möchte die Stege so bauen, dass das Gesamtgewicht aller Fische, die sie fangen kann, so gross wie möglich ist. Deine Aufgabe ist es, dieses maximale Gesamtgewicht aller fangbaren Katzenfische, nachdem die Stege gebaut wurden, zu berechnen.

## Implementierungsdetails

Implementiere folgende Funktion:

```
int64 max_weights(int N, int M, int[] X, int[] Y, int[] W)
```

- $N$ : die Grösse des Teiches.
- $M$ : die Anzahl der Katzenfische.
- $X, Y$ : Arrays der Länge  $M$ , welche die Zellen, in denen sich die Katzenfische befinden, beschreiben.
- $W$ : Array der Länge  $M$  mit den Gewichten der Katzenfische.
- Diese Funktion soll das Gesamtgewicht aller Katzenfische, welche Bu Dengklek fangen kann, nachdem sie ihre Stege gebaut hat, zurückgeben.
- Diese Funktion wird genau einmal aufgerufen.

## Beispiel

Sehen wir uns den folgenden Funktionsaufruf an:

```
max_weights(5, 4, [0, 1, 4, 3], [2, 1, 4, 3], [5, 2, 1, 3])
```

Dieses Beispiel wurde in der Aufgabenbeschreibung dargestellt.

Nachdem die Stege wie beschrieben gebaut wurden, kann Bu Dengklek die Katzenfische 0 und 3 fangen. Deren Gewicht ist insgesamt  $5 + 3 = 8$  Gramm. Es gibt keine Möglichkeit, Katzenfische mit einem Gesamtgewicht von mehr als 8 Gramm zu fangen. Deswegen muss die Funktion 8 zurückgeben.

## Beschränkungen

- $2 \leq N \leq 100\,000$
- $1 \leq M \leq 300\,000$
- $0 \leq X[i] \leq N - 1, 0 \leq Y[i] \leq N - 1$  (für alle  $i$  mit  $0 \leq i \leq M - 1$ )
- $1 \leq W[i] \leq 10^9$  (für alle  $i$  mit  $0 \leq i \leq M - 1$ )
- Keine zwei Katzenfische befinden sich in der gleichen Zelle. Das heisst,  $X[i] \neq X[j]$  und/oder  $Y[i] \neq Y[j]$  (für alle  $i$  und  $j$  mit  $0 \leq i < j \leq M - 1$ ).

## Teilaufgaben

1. (3 Punkte)  $X[i]$  ist gerade (für alle  $i$  mit  $0 \leq i \leq M - 1$ ).
2. (6 Punkte)  $X[i] \leq 1$  (für alle  $i$  mit  $0 \leq i \leq M - 1$ )
3. (9 Punkte)  $Y[i] = 0$  (für alle  $i$  mit  $0 \leq i \leq M - 1$ )
4. (14 Punkte)  $N \leq 300, Y[i] \leq 8$  (für alle  $i$  mit  $0 \leq i \leq M - 1$ )
5. (21 Punkte)  $N \leq 300$
6. (17 Punkte)  $N \leq 3000$
7. (14 Punkte) Es gibt höchstens 2 Katzenfische in jeder Spalte.
8. (16 Punkte) Keine weiteren Beschränkungen.

## Sample-Grader

Der Sample-Grader liest die Eingabe in folgendem Format:

- Zeile 1:  $N M$
- Zeile  $2 + i$  ( $0 \leq i \leq M - 1$ ):  $X[i] Y[i] W[i]$

Der Sample-Grader antwortet in folgendem Format:

- Zeile 1: der Rückgabewert von `max_weights`