Circuito Digital

Hay un circuito que consiste en $N + M$ **puertas** enumeradas del 0 al $N + M - 1$. Las puertas entre el 0 y el $N - 1$ son **puertas con umbral**, mientras que las puertas entre N y $N + M - 1$ son **puertas de origen**.

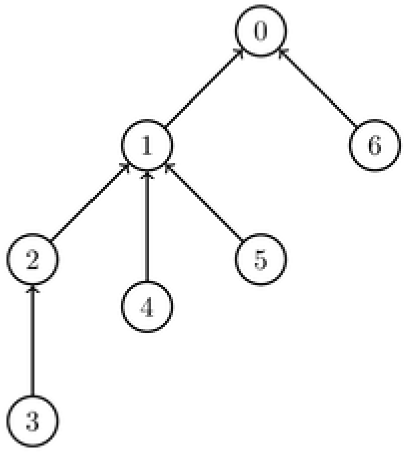
Cada puerta, excepto la puerta 0, es una **entrada** para exactamente una puerta con umbral. Específicamente, para cada i tal que $1 \leq i \leq N + M - 1$, la puerta i es una entrada para la puerta $P[i]$, donde $0 \leq P[i] \leq N - 1$. Es importante recalcar que se tiene $P[i] < i$. Además, asumiremos que $P[0] = -1$. Cada puerta con umbral tiene una o más entradas. Las puertas de origen no tienen ninguna entrada.

Cada puerta tiene un **estado**, el cual es 0 o 1. Los estados iniciales de las puertas de origen serán dados por un array A de M enteros. Esto es, para cada j tal que $0 \leq j \leq M - 1$, el estado inicial de la puerta de origen $N + j$ es $A[j]$.

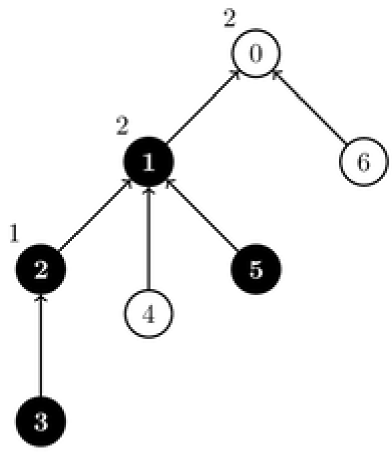
El estado de cada puerta con umbral depende de los estados de sus entradas y es determinado de la siguiente manera: Primero, se asigna un **parámetro** de umbral a cada puerta con umbral. El parámetro asignado a una puerta con umbral que tiene c entradas debe ser un entero entre 1 y c (inclusivo). Luego, el estado de una puerta con umbral con parámetro p es 1 si al menos p de sus entradas tienen estado 1 o 0 en caso contrario.

Por ejemplo, supongamos que hay $N = 3$ puertas con umbral y $M = 4$ puertas de origen. Además supongamos que las entradas de la puerta 0 son las puertas 1 y 6, las entradas de la puerta 1 son las puertas 2, 4 y 5 y que la única entrada de la puerta 2 es la puerta 3.

Este ejemplo está ilustrado en la siguiente imagen.



Supongamos que las puertas de origen 3 y 5 tienen estado 1, mientras que las puertas de origen 4 y 6 tienen estado 0. Asumamos que asignamos parámetros de 1, 2 y 2 a las puertas 2, 1 y 0, respectivamente. En este caso, la puerta 2 tendría estado 1, la puerta 1 tendría estado 1 y la puerta 0 tendría estado 0. Esta asignación de parámetros y estados está ilustrada en la siguiente imagen. Las puertas cuyo estado sea 1 están coloreadas de negro.



Los estados de las puertas de origen recibirán Q modificaciones. Cada modificación está descrita por dos enteros L y R ($N \leq L \leq R \leq N + M - 1$) e invierte el estado de todas las puertas de origen entre L y R (inclusivo). Esto es, para cada i tal que $L \leq i \leq R$, la puerta de origen i cambia su estado a 1 si su estado es 0, o a 0 si su estado es 1. El nuevo estado de cada puerta afectada se mantiene sin cambios hasta que sea invertido por alguna modificación posterior.

Tu objetivo es contar, después de cada modificación, cuántas asignaciones de parámetros diferentes resultan en que el estado de la puerta 0 sea 1. Dos asignaciones son consideradas diferentes si existe al menos una puerta con umbral que tenga diferente valor de parámetro en ambas asignaciones. Ya que la cantidad de asignaciones válidas puede ser muy grande, debes calcularla módulo $1\ 000\ 002\ 022$.

Nótese que en el anterior ejemplo hay 6 asignaciones de parámetros diferentes, dado que las puertas 0, 1 y 2 tienen 2, 3 y 1 entradas, respectivamente. En 2 de estas 6 asignaciones, la puerta 0 tiene estado 1.

Detalles de Implementación

Tu tarea es implementar dos procedimientos.

```
void init(int N, int M, int[] P, int[] A)
```

- N: Cantidad de puertas con umbral.
- M: Cantidad de puertas de origen.
- P: Un array de longitud $N + M$ que describe la puerta con umbral de la cual cada puerta es entrada.
- A: Un array de longitud M que describe los estados iniciales de las puertas de origen.
- Este procedimiento es llamado exactamente una vez, antes de cualquier llamada a `count_ways`.

```
int count_ways(int L, int R)
```

- L, R: Los límites del rango de puertas de origen cuyos estados serán invertidos.
- Este procedimiento debe primero realizar los cambios de estado solicitados y a continuación devolver la cantidad de formas, módulo $1\ 000\ 002\ 022$, de asignar parámetros a las puertas con umbral tales que resulten en que el estado de la puerta 0 sea 1.
- Este procedimiento es llamado exactamente Q veces.

Ejemplo

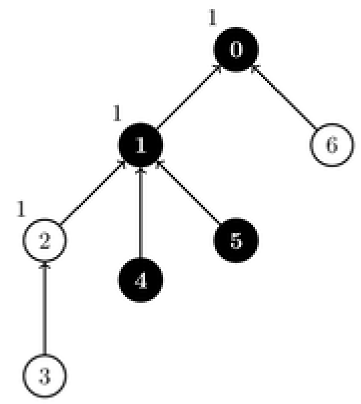
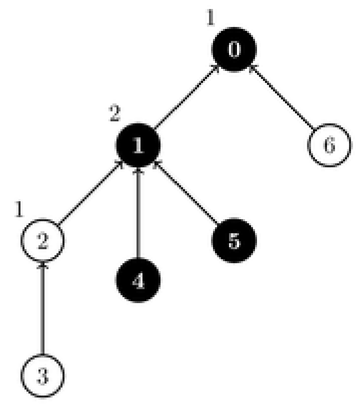
Considera la siguiente secuencia de llamadas.

```
init(3, 4, [-1, 0, 1, 2, 1, 1, 0], [1, 0, 1, 0])
```

Este ejemplo está ilustrado en la descripción del problema.

```
count_ways(3, 4)
```

Esto invierte los estados de las puertas 3 y 4; en otras palabras, el estado de la puerta 3 se vuelve 0 y el estado de la puerta 4 se vuelve 1. En las siguientes imágenes se ilustran dos maneras de asignar los parámetros para que el estado de la puerta 0 sea 1.

Manera 1	**Manera** 2
	

En todas las otras asignaciones de parámetros, la puerta 0 tiene estado 0. Por lo tanto, el procedimiento debe devolver 2.

```
count_ways(4, 5)
```

Esto invierte los estados de las puertas 4 y 5. Como resultado, todas las puertas de origen tienen estado 0, así que cualquier asignación de parámetros conllevará a que la puerta 0 tenga estado 0. Por lo tanto, el procedimiento debe devolver 0.

```
count_ways(3, 6)
```

Esto cambia los estados de todas las puertas de origen a 1. Como resultado, cualquier asignación de parámetros conllevará a que la puerta 0 tenga estado 1. Por lo tanto, el procedimiento debe devolver 6.

Restricciones

- $1 \le N, M \le 100\,000$
- $1 \le Q \le 100\,000$
- $P[0] = -1$
- $0 \le P[i] < i$ y $P[i] \le N - 1$ (para cada i tal que $1 \le i \le N + M - 1$)
- Cada puerta con umbral tiene al menos una entrada (para cada i tal que $0 \le i \le N - 1$ existe un índice x tal que $i < x \le N + M - 1$ y $P[x] = i$).
- $0 \le A[j] \le 1$ (para cada j tal que $0 \le j \le M - 1$)
- $N \le L \le R \le N + M - 1$

Subtareas

1. (2 puntos) $N = 1$, $M \leq 1000$, $Q \leq 5$
2. (7 puntos) $N, M \leq 1000$, $Q \leq 5$, cada puerta con umbral tiene exactamente dos entradas.
3. (9 puntos) $N, M \leq 1000$, $Q \leq 5$
4. (4 puntos) $M = N + 1$, $M = 2^z$ (para algún entero positivo z), $P[i] = \lfloor \frac{i-1}{2} \rfloor$ (para cada i tal que $1 \leq i \leq N + M - 1$), $L = R$
5. (12 puntos) $M = N + 1$, $M = 2^z$ (para algún entero positivo z), $P[i] = \lfloor \frac{i-1}{2} \rfloor$ (para cada i tal que $1 \leq i \leq N + M - 1$)
6. (27 puntos) Cada puerta con umbral tiene exactamente dos entradas.
7. (28 puntos) $N, M \leq 5000$
8. (11 puntos) Sin restricciones adicionales.

Sample grader

El sample grader lee la entrada con el siguiente formato:

- línea 1: $N \ M \ Q$
- línea 2: $P[0] \ P[1] \ \ldots \ P[N + M - 1]$
- línea 3: $A[0] \ A[1] \ \ldots \ A[M - 1]$
- línea $4 + k$ ($0 \leq k \leq Q - 1$): $L \ R$ para la k-ésima modificación.

El sample grader imprime sus respuestas con el siguiente formato:

- línea $1 + k$ ($0 \leq k \leq Q - 1$): El valor que devuelve `count_ways` después de la k-ésima modificación.