



החרקים הנדירים ביותר

ישנם N חרקים, ממוספרים מ-0 עד $N - 1$, המתרוצצים בביתו של פאק בלנגקון. לכל חרק יש סוג, שהוא מספר בין 0 ל- 10^9 . ייתכן שחרקים שונים הם מאותו הסוג.

ניח שהחרקים מקובצים לפי סוגם. נגדיר את הגודל של סוג החרק הנפוץ ביותר כמספר החרקים בקבוצה עם המספר הרב ביותר של חרקים. בדומה, הגודל של סוג החרק הנדיר ביותר הוא מספר החרקים בקבוצה עם המספר המועט ביותר של חרקים.

לדוגמה, ניח כי ישנם 11 חרקים, שסוגיהם הם $[5, 7, 9, 11, 11, 5, 0, 11, 9, 100, 9]$. במקרה זה, הגודל של סוג החרק הנפוץ ביותר הוא 3. הקבוצות עם המספר הרב ביותר של חרקים הן סוג 9 וסוג 11, שבכל אחת מהן 3 חרקים. הגודל של סוג החרק הנדיר ביותר הוא 1. הקבוצות עם המספר המועט ביותר של חרקים הן סוג 7, סוג 0 וסוג 100, שבכל אחת מהן חרק אחד.

פאק בלנגקון לא יודע את הסוג של אף חרק. יש לו מכונה עם כפתור אחד שיכולה לספק מידע על סוגי החרקים. תחילה, המכונה ריקה. על מנת להשתמש במכונה, ניתן לבצע שלושה סוגים של פעולות:

1. להכניס חרק למכונה.
2. להוציא חרק מהמכונה.
3. ללחוץ על הכפתור של המכונה.

ניתן לבצע כל סוג פעולה לכל היותר 40 000 פעמים.

בכל פעם שהכפתור נלחץ, המכונה מדווחת את הגודל של סוג החרק הנפוץ ביותר, בהתחשב רק בחרקים שבתוך המכונה.

משימתכם היא למצוא את הגודל של סוג החרק הנדיר ביותר מבין כל N החרקים בביתו של פאק בלנגקון על ידי שימוש במכונה. בנוסף, בחלק מתתי המשימות, הניקוד שלכם תלוי במספר המקסימלי של פעולות מסוג מסוים שמבוצעות (ראו פירוט ב"תתי משימות").

פרטי מימוש

עליכם לממש את הפונקציה הבאה:

```
int min_cardinality(int N)
```

- N : מספר החרקים.
- על פונקציה זו להחזיר את הגודל של סוג החרק הנדיר ביותר מבין כל N החרקים בביתו של פאק בלנגקון.
- פונקציה זו תיקרא פעם אחת בדיוק.

הפונקציה לעיל יכולה לבצע קריאות לפונקציות הבאות:

```
void move_inside(int i)
```

- i : האינדקס של החרק שייכנס למכונה. הערך של i צריך להיות בין 0 ל- $N - 1$ כולל.
- אם חרק זה כבר נמצא בתוך המכונה, לקריאה אין השפעה על קבוצת החרקים במכונה. אף על פי כן, קריאה זו עדיין נספרת כקריאה נפרדת.
- פונקציה זו יכולה להיקרא לכל היותר 40 000 פעמים.

```
void move_outside(int i)
```

- i : האינדקס של החרק שייצא מהמכונה. הערך של i צריך להיות בין 0 ל- $N - 1$ כולל.
- אם חרק זה כבר נמצא מחוץ למכונה, לקריאה אין השפעה על קבוצת החרקים במכונה. אף על פי כן, קריאה זו עדיין נספרת כקריאה נפרדת.
- פונקציה זו יכולה להיקרא לכל היותר 40 000 פעמים.

```
int press_button()
```

- פונקציה זו מחזירה את הגודל של סוג החרק הנפוץ ביותר, בהתחשב רק בחרקים שבתוך המכונה.
- פונקציה זו יכולה להיקרא לכל היותר 40 000 פעמים.
- הגריידר אינו אדפטיבי. כלומר, הסוגים של כל N החרקים נקבעים לפני הקריאה ל-`min_cardinality`.

דוגמה

התבוננו בתרחיש שבו ישנם 6 חרקים מסוגים [5, 8, 9, 5, 9, 9], בהתאמה. הפונקציה `min_cardinality` נקראת באופן הבא:

```
min_cardinality(6)
```

הפונקציה עשויה לקרוא ל-`move_outside`, `move_inside` ו-`press_button` כדלהלן:

קריאה	ערך חזרה	חרקים במכונה	סוגי החרקים שבמכונה
		{}	[]
move_inside(0)		{0}	[5]
press_button()	1	{0}	[5]
move_inside(1)		{0, 1}	[5, 8]
press_button()	1	{0, 1}	[5, 8]
move_inside(3)		{0, 1, 3}	[5, 8, 5]
press_button()	2	{0, 1, 3}	[5, 8, 5]
move_inside(2)		{0, 1, 2, 3}	[5, 8, 9, 5]
move_inside(4)		{0, 1, 2, 3, 4}	[5, 8, 9, 5, 9]
move_inside(5)		{0, 1, 2, 3, 4, 5}	[5, 8, 9, 5, 9, 9]
press_button()	3	{0, 1, 2, 3, 4, 5}	[5, 8, 9, 5, 9, 9]
move_inside(5)		{0, 1, 2, 3, 4, 5}	[5, 8, 9, 5, 9, 9]
press_button()	3	{0, 1, 2, 3, 4, 5}	[5, 8, 9, 5, 9, 9]
move_outside(5)		{0, 1, 2, 3, 4}	[5, 8, 9, 5, 9]
press_button()	2	{0, 1, 2, 3, 4}	[5, 8, 9, 5, 9]

בנקודה זו, יש מידע מספיק על מנת להסיק שהגודל של סוג החרק הנדיר ביותר הוא 1. לכן, על הפונקציה min_cardinality להחזיר 1.

בדוגמה זו, move_inside נקראת 7 פעמים, move_outside נקראת פעם אחת, ו-press_button נקראת 6 פעמים.

מגבלות

$$2 \leq N \leq 2000 \quad \bullet$$

תתי משימות

1. (10 נקודות) $N \leq 200$
2. (15 נקודות) $N \leq 1000$
3. (75 נקודות) ללא מגבלות נוספות.

אם בטסטיקייס כלשהו, הקריאות לפונקציות move_inside, move_outside או press_button לא עומדות במגבלות המתוארות ב"פרטי מימוש", או שערך ההחזרה של min_cardinality שגוי, הניקוד של פתרוכם בתת המשימה יהיה 0.

נסמן ב- q את המקסימום של שלושת הערכים הבאים: מספר הקריאות ל-move_inside, מספר הקריאות ל-move_outside ומספר הקריאות ל-press_button.

בתת משימה 3, ניתן לקבל ניקוד חלקי. נסמן ב- m את הערך המירבי של $\frac{q}{N}$ בכל הטסטקייסים בתת משימה זו. הניקוד שלכם בתת משימה זו מחושב לפי הטבלה הבאה:

ניקוד	תנאי
0 (מדווח ב-CMS כ-"Output isn't correct")	$20 < m$
$\frac{225}{m-2}$	$6 < m \leq 20$
$81 - \frac{2}{3}m^2$	$3 < m \leq 6$
75	$m \leq 3$

גריידר לדוגמה

יהי T מערך של N מספרים כאשר $T[i]$ הוא הסוג של חרק i .

הגריידר לדוגמה קורא את הקלט בפורמט הבא:

- שורה 1: N
- שורה 2: $T[0] T[1] \dots T[N - 1]$

אם הגריידר לדוגמה מזהה הפרה של הפרוטוקול, הפלט של הגריידר לדוגמה יהיה Protocol Violation: <MSG>, כאשר <MSG> הוא אחד מהבאים:

- invalid parameter: בקריאה ל-move_inside או move_outside, הערך של i אינו בין 0 ל- $N - 1$ כולל.
- too many calls: מספר הקריאות לפונקציה כלשהי מבין move_outside, move_inside ו-press_button עולה על 40 000.

אחרת, הפלט של הגריידר לדוגמה יהיה בפורמט הבא:

- שורה 1: ערך החזרה של min_cardinality
- שורה 2: q