



Sjaldgæfasta skordýrið

Það eru N skordýr númeruð frá 0 til $N - 1$ hlaupandi um í húsinu hans Pak Blangkon. Hvert skordýr er af ákveðinni **tegund** sem er tala á milli og 0 og 10^9 (báðar tölur meðtaldar). Mörg skordýr geta verið af sömu tegund.

Gerum ráð fyrir því að skordýrum sé skipt í hópa eftir tegundum. Við skilgreinum stakafjölda **algengustu** skordýrategundarinnar sem stærð hópsins sem inniheldur mestan fjölda skordýra. Á sama hátt skilgreinum við stakafjölda **sjaldgæfustu** skordýrategundarinnar sem stærð hópsins sem inniheldur lægstan fjölda skordýra.

Til dæmis, gerum ráð fyrir því að það séu 11 skordýr og að skordýrin séu af tegundum [5, 7, 9, 11, 11, 5, 0, 11, 9, 100, 9]. Í þessu tilfalli þá er stakafjöldi **algengustu** skordýrategundarinnar 3. Hóparnir sem innihalda mestan fjölda skordýra eru tegundir 9 og 11 sem báðir innihalda 3 skordýr. Stakafjöldi **sjaldgæfustu** skordýrategundarinnar er 1. Hóparnir sem innihalda lægstan fjölda skordýra eru tegundir 7, 0 og 100 sem allir innihalda 1 skordýr.

Pek Blangkon veit ekki tegundina á neinu skordýri. Hann er með vél með einum takka sem getur gefið ákveðnar upplýsingar um tegundir skordýranna. Til að byrja með þá er vélin tóm. Við notkun á vélinni er hægt að framkvæma þrjár gerðir af aðgerðum:

1. Setja skordýr inn í vélina.
2. Taka skordýr út úr vélinni.
3. Ýta á takann á vélinni.

Hverja aðgerð má framkvæma í mesta lagi 40 000 sinnum.

Í hvert skipti sem ýtt er á takann á vélinni þá skilar vélin frá sér stakafjölda **algengustu** skordýrategundarinnar miðað einungis við skordýrin sem eru inni í vélinni.

Þitt verkefni er að finna út stakafjölda **sjaldgæfustu** skordýrategundarinnar á meðal allra N skordýra í húsinu hans Pak Blangkon með því að nota vélina sem skilgreind er að ofan. Þar að auki er stigafjöldinn sem lausnin þín fær í sumum stigahópum háður mesta fjölda framkvæmdra aðgerða af sömu gerð (sjá kaflann Stigahópar fyrir nánari upplýsingar).

Upplýsingar um útfærslu

Þú átt að útfæra eftirfarandi virkni:

```
int min_cardinality(int N)
```

- N : fjöldi skordýra.
- Þetta fall á að skila stakafjölda **sjaldgæfustu** skordýrategundarinnar á meðal allra N skordýra í húsinu hans Pak Blangkon.
- Það er kallað á þetta fall nákvæmlega einu sinni.

Fallið hér að ofan getur kallað á eftirfarandi föll:

```
void move_inside(int i)
```

- i : vísir skordýrsins sem á að færa inn í vélina. Gildið á i þarf að vera á milli 0 og $N - 1$ (báðar tölur meðtaldar).
- Ef skordýrið er nú þegar inni í vélinni þá hefur fallakallið engin áhrif á mengi skordýra inni í vélinni. Hinsvegar telst það sem annað fallakall.
- Það má kalla á þetta fall í mesta lagi 40 000 sinnum.

```
void move_outside(int i)
```

- i : vísir skordýrsins sem á að færa út úr vélinni. Gildið á i þarf að vera á milli 0 og $N - 1$ (báðar tölur meðtaldar).
- Ef skordýrið er nú þegar fyrir utan vélina þá hefur fallakallið engin áhrif á mengi skordýra inni í vélinni. Hinsvegar telst það sem annað fallakall.
- Það má kalla á þetta fall í mesta lagi 40 000 sinnum.

```
int press_button()
```

- Þetta fall skilar stakafjölda **algengustu** skordýrategundarinnar miðað einungis við skordýrin sem eru inni í vélinni.
- Það má kalla á þetta fall í mesta lagi 40 000 sinnum.
- Dómarinn aðlagar sig **ekki** að lausninni þinni, það er, tegundir allra N skordýra eru fastákvarðaðar áður en kallað er á `min_cardinality`.

Sýnidæmi

Skoðum eftirfarandi atburðarrás þar sem við höfum 6 skordýr af tegundunum [5, 8, 9, 5, 9, 9]. Það er kallað á `min_cardinality` fallið á eftirfarandi máta:

```
min_cardinality(6)
```

Fallið má kalla á `move_inside`, `move_outside` og `press_button` á eftirfarandi máta.

Fallakall	Skilagildi	Skordýr inni í vélinni	Tegundir skordýra inni í vélinni
		{}	[]
move_inside(0)		{0}	[5]
press_button()	1	{0}	[5]
move_inside(1)		{0, 1}	[5, 8]
press_button()	1	{0, 1}	[5, 8]
move_inside(3)		{0, 1, 3}	[5, 8, 5]
press_button()	2	{0, 1, 3}	[5, 8, 5]
move_inside(2)		{0, 1, 2, 3}	[5, 8, 9, 5]
move_inside(4)		{0, 1, 2, 3, 4}	[5, 8, 9, 5, 9]
move_inside(5)		{0, 1, 2, 3, 4, 5}	[5, 8, 9, 5, 9, 9]
press_button()	3	{0, 1, 2, 3, 4, 5}	[5, 8, 9, 5, 9, 9]
move_inside(5)		{0, 1, 2, 3, 4, 5}	[5, 8, 9, 5, 9, 9]
press_button()	3	{0, 1, 2, 3, 4, 5}	[5, 8, 9, 5, 9, 9]
move_outside(5)		{0, 1, 2, 3, 4}	[5, 8, 9, 5, 9]
press_button()	2	{0, 1, 2, 3, 4}	[5, 8, 9, 5, 9]

Á þessum tímapunkti höfum við nægjanlegar upplýsingar til þess að staðhæfa að stakafjöldi **sjaldgæfustu** skordýrategundarinnar sé 1. Því á fallið `min_cardinality` að skila 1.

Í þessu sýnidæmi er kallað á fallið `move_inside` 7 sinnum, `move_outside` 1 sinni og `press_button` 6 sinnum.

Takmarkanir

- $2 \leq N \leq 2000$

Stigahópar

1. (10 points) $N \leq 200$
2. (15 points) $N \leq 1000$
3. (75 points) Engar frekari takmarkanir.

Ef kallað er á föllin `move_inside`, `move_outside` eða `press_button` þannig að takmörkunum sem lýst er í Upplýsingar um útfærslu kaflanum sé ekki fylgt eða að skilagildi `min_cardinality` sé vitlaust í einhverju prófunartilviki þá fær lausnin þín 0 stig fyrir tilsvareandi stigahóp.

Látum q vera **hágildi** eftirfarandi þriggja gilda: fjöldi kalla á `move_inside`, fjöldi kalla á `move_outside` og fjöldi kalla á `press_button`.

Í stigahóp 3 er hægt að fá hlutstig. Látum m vera hágildi $\frac{q}{N}$ fyrir öll prófunartilvik í stigahópnum. Stigin sem lausnin þín fær fyrir stigahópin eru reiknuð samkvæmt eftirfarandi töflu:

Ástand	Stig
$20 < m$	0 (tilkynnt sem "Output isn't correct" í CMS)
$6 < m \leq 20$	$\frac{225}{m-2}$
$3 < m \leq 6$	$81 - \frac{2}{3}m^2$
$m \leq 3$	75

Sýnidæmadómari

Látum T vera fylki af N heiltölum þar sem $T[i]$ er tegundin á skordýri i .

Sýnidæmadómariinn les inntakið á eftirfarandi hátt:

- lína 1: N
- lína 2: $T[0] T[1] \dots T[N - 1]$

Ef sýnidæmadómariinn verður var við brot á reglum þá skilar hann `Protocol Violation: <MSG>` þar sem `<MSG>` er eitt af eftirfarandi:

- `invalid parameter`: gildið á i er ekki á milli 0 og $N - 1$ (báðar tölur meðtaldar) í kalli á `move_inside` eða `move_outside`.
- `too many calls`: fjöldi kalla á **eitt af** `move_inside`, `move_outside` eða `press_button` fer yfir 40 000.

Annars skrifar sýnidæmadómariinn svarið út á eftirfarandi hátt:

- lína 1: skilagildið frá `min_cardinality`
- lína 2: q