



Zeldzaamste insecten

Er zijn N insecten, genummerd van 0 tot en met $N - 1$, die rondrennen in het huis van Pak Blangkon. Elk insect behoort tot een **soort**, wat een integer tussen 0 en 10^9 inclusief is. Meerdere insecten kunnen behoren tot dezelfde soort.

Stel dat de insecten zijn gegroepeerd per soort. We definiëren de kardinaliteit van de **meest voorkomende** insectensoort als het aantal insecten in een groep met het grootste aantal insecten. Vergelijkbaar definiëren we de kardinaliteit van de **zeldzaamste** insectensoort als het aantal insecten in een groep met de minste insecten.

Bijvoorbeeld, stel dat er 11 insecten zijn die behoren tot soorten $[5, 7, 9, 11, 11, 5, 0, 11, 9, 100, 9]$. In dit geval is de kardinaliteit van de **meest voorkomende** insectensoort 3. De groepen met het grootste aantal insecten zijn de insecten van soort 9 en soort 11, beiden bevatten 3 insecten. De kardinaliteit van de **zeldzaamste** insectensoort is 1. De groepen met het kleinste aantal insecten zijn de insecten van soort 7, 0 en 100, elk bevat 1 insect.

Pak Blangkon weet van geen enkel insect hun soort. Hij heeft een machine met één knop die wat informatie kan geven over de soorten van de insecten. De machine is aan het begin leeg. Je kan met de machine drie soorten handelingen uitvoeren:

1. Plaats een insect in de machine.
2. Haal een insect uit de machine.
3. Druk op de knop van de machine.

Elke soort handeling kan hooguit 40 000 keer uitgevoerd worden.

Wanneer de knop wordt ingedrukt geeft de machine de kardinaliteit van de **meest voorkomende** insectensoort, waarbij alleen de insecten in de machine worden meegerekend.

Jouw opdracht is om te bepalen wat de kardinaliteit van de **zeldzaamste** insectensoort van alle N insecten in Pak Blangkon's huis is. Verder is in sommige deelopgaven jouw score gebaseerd op het maximale aantal handelingen van elke soort die er zijn gedaan (zie Deelopgaven voor meer details).

Implementatiedetails

Je moet de volgende functie implementeren:

```
int min_cardinality(int N)
```

- N : het aantal insecten
- Deze functie moet de kardinaliteit van de **zeldzaamste** insectensoort van alle N insecten in Pak Blangkon's huis teruggeven.
- Deze functie wordt precies één keer aangeroepen.

De bovenstaande functie mag de volgende functies aanroepen:

```
void move_inside(int i)
```

- i : de index van het insect dat in de machine moet worden geplaatst. De waarde van i moet tussen 0 en $N - 1$ (inclusief) liggen.
- Als dit insect zich al in de machine bevindt, heeft deze aanroep geen effect op de insecten die zich in de machine bevinden. Echter wordt het wel meegerekend als een aparte aanroep.
- Deze functie mag maximaal 40 000 keer aangeroepen worden.

```
void move_outside(int i)
```

- i : de index van het insect dat uit de machine moet worden gehaald. De waarde van i moet tussen 0 en $N - 1$ (inclusief) liggen.
- Als dit insect zich al buiten de machine bevindt, heeft deze aanroep geen effect op de insecten die zich in de machine bevinden. Echter wordt het wel meegerekend als een aparte aanroep.
- Deze functie mag maximaal 40 000 keer aangeroepen worden.

```
int press_button()
```

- Deze functie geeft de kardinaliteit van de **meest voorkomende** insectensoort terug, waarbij alleen de insecten in de machine worden meegerekend.
- Deze functie mag maximaal 40 000 keer aangeroepen worden.
- de grader is **niet adaptief**, Dat houdt in dat de soorten van alle N insecten zijn bepaald voordat `min_cardinality` wordt aangeroepen.

Voorbeeld

Stel dat er 6 insecten zijn die tot de soorten `[5, 8, 9, 5, 9, 9]` behoren. De functie `min_cardinality` wordt op de volgende manier aangeroepen:

```
min_cardinality(6)
```

De functie mag `move_inside`, `move_outside` en `press_button` als volgt aanroepen.

Aanroep	Teruggegeven waarde	Insecten in de machine	Soorten van insecten in de machine
		{}	[]
move_inside(0)		{0}	[5]
press_button()	1	{0}	[5]
move_inside(1)		{0,1}	[5,8]
press_button()	1	{0,1}	[5,8]
move_inside(3)		{0,1,3}	[5,8,5]
press_button()	2	{0,1,3}	[5,8,5]
move_inside(2)		{0,1,2,3}	[5,8,9,5]
move_inside(4)		{0,1,2,3,4}	[5,8,9,5,9]
move_inside(5)		{0,1,2,3,4,5}	[5,8,9,5,9,9]
press_button()	3	{0,1,2,3,4,5}	[5,8,9,5,9,9]
move_inside(5)		{0,1,2,3,4,5}	[5,8,9,5,9,9]
press_button()	3	{0,1,2,3,4,5}	[5,8,9,5,9,9]
move_outside(5)		{0,1,2,3,4}	[5,8,9,5,9]
press_button()	2	{0,1,2,3,4}	[5,8,9,5,9]

Op dit punt is er genoeg informatie om te concluderen dat de kardinaliteit van de zeldzaamste insectensoort 1 is. Daarom moet de functie `min_cardinality` 1 teruggeven.

In het voorbeeld wordt `move_inside` 7 keer aangeroepen, `move_outside` wordt 1 keer aangeroepen en `press_button` wordt 6 keer aangeroepen.

Randvoorwaarden

- $2 \leq N \leq 2000$

Deelopgaven

1. (10 punten) $N \leq 200$
2. (15 punten) $N \leq 1000$
3. (75 punten) Geen aanvullende randvoorwaarden.

Als in een van de testgevallen de aanroepen van de functies `move_inside`, `move_outside` of `press_button` niet voldoen aan de grenzen omschreven in Implementatiedetails, of de

teruggegeven waarde van `min_cardinality` niet juist is, dan zal de score voor jouw oplossing voor die deelopgave 0 zijn.

Laat q het **maximum** van de volgende drie waarden: het aantal aanroepen van `move_inside`, het aantal aanroepen van `move_outside`, en het aantal aanroepen van `press_button`.

In deelopgave 3 kun je een deelscore krijgen. Laat m de maximale waarde van $\frac{q}{N}$ over alle testgevallen van deze deelopgave. Jouw score voor deze deelopgave wordt dan berekend volgens de volgende tabel:

Voorwaarde	Punten
$20 < m$	0 (aangegeven met "Output isn't correct" in CMS)
$6 < m \leq 20$	$\frac{225}{m-2}$
$3 < m \leq 6$	$81 - \frac{2}{3}m^2$
$m \leq 3$	75

Voorbeeldgrader

Laat T een array van N integers waarbij $T[i]$ de soort van insect i is.

De voorbeeldgrader leest de invoer in het volgende formaat:

- regel 1: N
- regel 2: $T[0] T[1] \dots T[N-1]$

Als de voorbeeldgrader herkent dat het protocol niet wordt gevolgd is de uitvoer `Protocol Violation: <MSG>`, waar `<MSG>` een van de volgende berichten is:

- `invalid parameter`: in een aanroep van `move_inside` of `move_outside` is de waarde i niet tussen 0 en $N-1$ inclusief.
- `too many calls`: het aantal aanroepen van **minstens één** van de functies `move_inside`, `move_outside`, of `press_button` is meer dan 40 000.

In alle andere gevallen is de uitvoer van de voorbeeldgrader in het volgende formaat:

- regel 1: de teruggegeven waarde van `min_cardinality`
- regel 2: q